補論　Acemoglu-Robinson Model

1　独裁政治モデル

まずは Acemoglu and Robinson (2006) によって開発された政治経済モデルを導入する。 このモデルは n 人の市民による社会を構成する。 y^i という表現は $i = 1, 2, ..., n$ 番目の人間の所得を意味する。 肩付き文字 i は $i = p$ または r で社会階級を表すものとしよう。

富裕層は一定の所得 y^r を持ち、貧困層の所得は y^p で表され、y^r より小さい。 記号 θ は国民所得のうち富裕層に属する割合を表す。 貧困層は多数派であり、その人口上の割合は $1 - \delta > 1/2$ となる。

$$y^p = \frac{(1-\theta)\bar{y}}{1-\delta} \quad \text{および} \quad y^r = \frac{\theta\bar{y}}{\delta} \tag{1}$$

ここで $0 < \theta < 1$ である。θ の大きさは所得不平等の大きさを意味する。 $\bar{y}$ は平均所得である。 よって $y^p < \bar{y} < y^r$ となる。

独裁政治の議論からはじめる。 政治エリートは裁量的な財政、徴税、再配分政策を有権者に諮ることなく行いうる。富裕層は公共政策の決定に影響力を行使でき、その一部は権力のインナーサークルにいる。彼らはより低い税額と少ない再配分を好み、可能であればその最適税率はゼロである。

革命の可能性は次の条件に依存する。つまり $\mu < \theta$ である。 μ は革命によって失われる国富を意味し、$0 \leq \mu < 1$ である。もし貧困層がこの制約条件の下に革命を試みて成功すれば、彼らは $V^p(R, \mu)$ を手にする。革命の成功後、貧困層は等しく分配された国富を所有する。富裕層はその財産をすべて失うことになる。

$$V^p(R, \mu) = \frac{(1-\mu)\bar{y}}{1-\delta} \tag{2}$$

エリートと富裕層は悲劇的結末を避けたいと考えるので、再配分政策によって貧困層の所得を増やすインセンティブがある。貧困層は $V^p(R, \mu)$ 以上の十分な所得を得られれば、革命を計画しないであろう。$\hat{\tau}$ は革命を回避するに十分な税率を表している。ゆえに貧しき一般市民は価値関数 $V^p(y^p|\tau^N = \hat{\tau})$ を持つ独裁制の下で、私有財産と公的再配分を得る。

$$V^p(y^p|\tau^N = \hat{\tau}) = (1-\hat{\tau})y^p + (\hat{\tau} - C(\hat{\tau}))\bar{y} \tag{3}$$

式 (3) の右辺第一項は課税後の所得を示しており、第二項は再配分された部分を表している。$C(\hat{\tau})$ は政府のコストである。政治家は自身の価値関数を最大化するよう税率を決定するだろう。モデルでは富裕層の価値関数と政治エリートの価値関数と同型である。しかしながら、政府コスト関数と課税方程式の特定化された表現は示されていない。ここでは富裕層の価値関数を考慮せず、革命による破滅を回避できるような税率と政府コストをエリートの最適反応として定式化する。この操作はコンピュータによるシミュレーションを行う上で不可欠である。

政府コストは税率の関数であり、連続二回微分可能である。Acemoglu and Robinson (2006) は課税のない場合、コストもないことを仮定している。このゲームでは、独裁者が課税政策を用いて革命のきざしをつぶそうとする。独裁者は μ の大きさから革命の蓋然性 $\mu^S \in [\mu^L, \mu^H)$ を計算する。よって政府コスト関数と課税方程式は次のように特定化される。

$$C(\tau) = \frac{\tau^{1-\eta}}{1-\eta} \quad \text{および} \quad \tau^N = d(1-\mu) \tag{4}$$

パラメータ η は 1 を超えない非負の実数である。通常この型のコスト関数は CRRA 型、つまりリスク回避型と呼ばれる。数値解析のため $\eta = -3/2$ を設定した。パラメータ d もまた非負の実数と定義される。ここでは $d = 5/6$ とした。

このモデルは動学過程における貧困層の戦略を見出すであろう。動的アプローチは前のプレイを考慮して複数の戦略から最適なものをプレイヤーが選ぶようなゲームの状況を示してくれる。これは動学ゲームと呼ばれるもので、マルコフ完全均衡の形で解を得られうるものだ[1]。　このゲームのマルコフ完全均衡の純粋戦略、つまり $\tilde{\sigma}^p$ を記述するために、貧困層の価値関数についてのベルマン方程式を求めよう。

ベルマン方程式は連続性のある問題を解く方法のひとつである。$\beta \in (0,1)$ を割引率とする。貧困層の効用は無限に続く課税後所得の割引率を乗じた和として記述される。フォーマルに、貧困層の効用関数から次のベルマン方程式を考えよう。

$$U^p = \sum_{t=0}^{\infty} \beta[(1-\rho_t)((1-\tau_t)y^p + (\tau_t - C(\tau_t))\bar{y}) + \rho_t y_R^p] \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
V^p(R, \mu_t) &= \frac{(1-\mu_t)\bar{y}}{(1-\delta)} + \beta\, V^p(R, \mu_{t+1}) \\
V^p(N, \mu_t, \tau_t^N) &= y^p + (\tau_t^N(\bar{y} - y^p) - C(\tau_t^N)\bar{y}) + \beta\, V^p(N, \mu_{t+1}, \tau_{t+1}^N) \\
s.t. \qquad \mu_{t+1} &= g(\tau_t^N, \mu_t)
\end{aligned} \tag{6}$$

[1]Fudenberg and Tirole (1991),chapter 13.

貧困層は二つの政策オプション、つまり革命を起こすか独裁制のままで過ごすか、のうちひとつを選ぶことができる。$\rho_t = 1$ は t 期の前に革命が起きることを意味し、$\rho_t = 0$ はそれ以外を意味する。y_R^p は革命後の貧困層の所得であり、通常は $V^p(R, \mu_t)$ である。Acemoglu and Robinson(2006,152.) は「もし革命が試みられれば、常にそれは成功するが、この過程において経済の生産能力のうち μ_t 分が永遠に失われる」と主張する。このゲームにおいて集合行為問題を考える必要はないとしよう。

自分自身の価値関数を最適化するために、市民は制約条件 $g(\tau_t^N, \mu_t)$ の下で μ および τ を考慮しながら、可能な政策オプションを選択する。課税方程式 (4) から、$g(\cdot,\cdot)$ の形を特定化するのは容易である。失われる可能性のある所得 μ が大きければ、貧困層は革命の選択を回避するだろう。彼らは再配分を受けて ($\tau^N = \hat{\tau}$)、権威主義的支配に服することだろう。このような μ を μ^* とするとベルマン方程式の解より

$$\mu^* = \theta - (1 - \beta(1 - q))(\tau^N(\theta - \delta) - (1 - \delta)C(\tau^N))$$

したがって、独裁政治モデルのマルコフ完全均衡の組 $\{\tilde{\sigma^r}, \tilde{\sigma^p}\}$ は次のように整理できる。

1. $\theta \leq \mu$ である時、エリートは再配分を行わず、市民は革命を選択しない。
2. $\theta > \mu$ である時、
   (a) $\mu < \mu^*$ であれば、エリートが革命回避のためにした再配分の約束には信憑性がない。革命の蓋然性が低い状態 (μ^L=1) だとエリートは再配分を行わず、革命も生じないが、蓋然性が高い状態 ($\mu^H = \mu$) だと革命が生じる。
   (b) $\mu \geq \mu^*$ であれば、革命の蓋然性が低い状態だとエリートは再配分を行わない。蓋然性が高い状態だと、エリートは革命を回避できる税率 $\hat{\tau}$ を課して再配分を行う。

2 独裁政治のシミュレーション

所得格差が政治的安定に違いをもたらすことを研究したい。ここでは $\theta^L = 0.35$ と $\theta^H = 0.65$ という二つの事例を比較する。このシミュレーションは次のように設定された共通のパラメータで行われた。つまり β=0.9, δ=0.2 および $\bar{y}$= $ 5,000 (一人当たり国民所得) である。シミュレーションは離散時間、離散状態のマルコフ決定モデルにおける動的計画の数値解析である[2]。

[2]本研究では二つの MATLAB プログラム, NDPM1.m and NPDM2.m. を用意した。これらは Mario Miranda と Paul Fackler によって開発された CompEcon Toolbox を必要とする。Mirand and Fackler (2002), 特に chapter 7 を参照のこと。

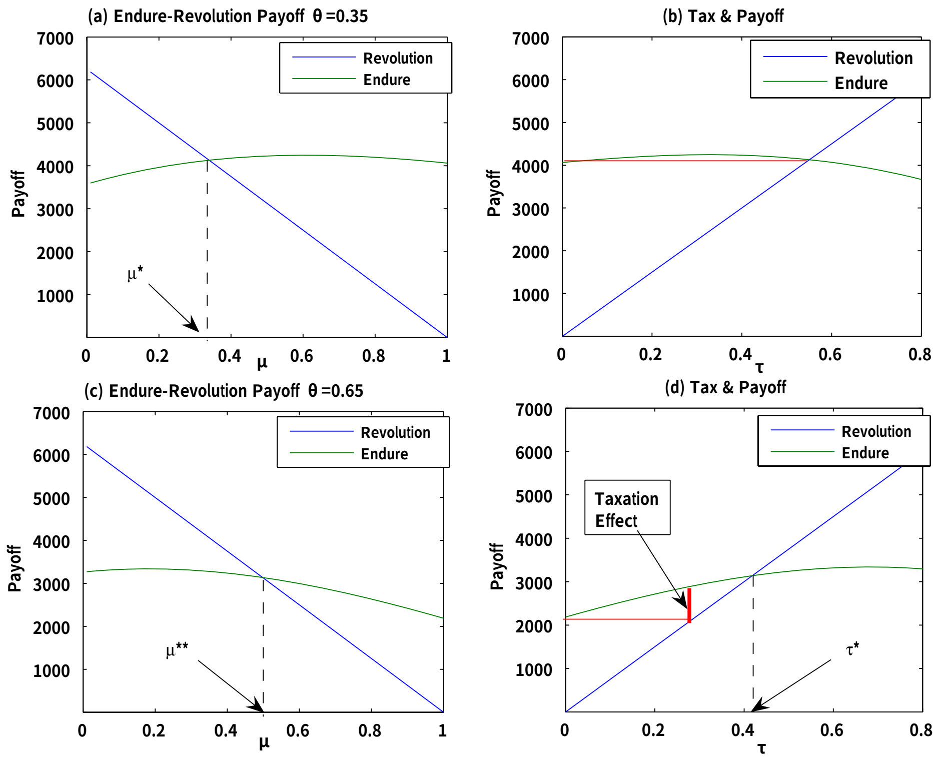

図 1: 革命と独裁制の持続

図１はシミュレーションの結果を表している。平等性の高い社会、つまり θ^L のケースは図の上部に描かれている。社会的不平等の別のケース、つまり θ^H は図の下部に描かれている。図１の左側は、革命の脅威が貧困層の利得に影響することを意味している。右側は課税と財政政策が権威主義的政府にしのびよる革命を抑止することを示す。貧困層は (a) および (c) の両方で μ の値が小さい時に革命を試みるだろう。さもなければ革命は社会にとってコストが高くつきすぎる。

μ^* と μ^{**} はともに図１の左側で独裁制の持続と革命の価値が無差別である点を表している。$\mu^* < \mu^{**}$ であることから、比較的平等な社会は格差のある社会に比べて騒乱が起こりにくい。革命の制約が維持されない、つまり $\theta \leq \mu$ であれば、市民は決起することなく、独裁制が生存する。μ^* が図１ (a) つまり θ^L のケースに付されているが、これは革命の蓋然性が平等に再配分がなされている社会において低いことを示している。他方で、図１ (c) における μ^{**} の位置から、θ^H の独裁制は市民から生じる革命の脅威に脆弱である。また図１ (b) および (d) から、θ^H 状態での政治エリートは θ^L 状態にあるよりも課税と再配分による政権維持の効果が顕著である。

革命の成功は貧困層を利し、政治エリート（つまり富裕層）を罰する。貧困層は極端な不平等を引き起こす独裁的な政府に対して反乱を起こし、打倒するインセンティブを持つ。この動学モデルの解は悲劇的結末を回避し、独裁制を維持す

るため、権威主義的政治指導者によきアドバイスを与えてくれる。それは課税し、貧困層のために再配分を施すことである。

3　民主化モデル

独裁政治の基本モデルは政治変動として革命のみを扱っている。このモデルを拡張して民主化を考察してみたい。民主化モデルは富裕層の価値関数を導入し、政治家の選択を扱う。民主化ゲームの理論は、政治的自由化や将来の選挙権拡大および自由で公正な選挙の実現といった決定を下す主導権を政治指導者が持つ、という前提を置いている。通常、政治エリートは民主化ではない政治的オプション、つまり抑圧をする。民主化ゲームにおいて政治家の決定に影響を与える要因はなんだろうか。

Acemoglu and Robinson (2006) は民主化ないし抑圧についての単純なゲームツリーを提示している（図 2 を参照）。このゲームにおいて重要なのは、貧困層の与える革命的脅威が信憑性を持つか否かである。もし政治エリートにとって脅威が深刻であれば、彼らは革命が成功する前に抑圧するであろう。富裕層にとって他に可能な行動があれば、それは近い将来に課税して再配分すると約束することである。しかしながら、この約束は市民が革命から手を引くに十分なほど信憑性がなくてはならない。

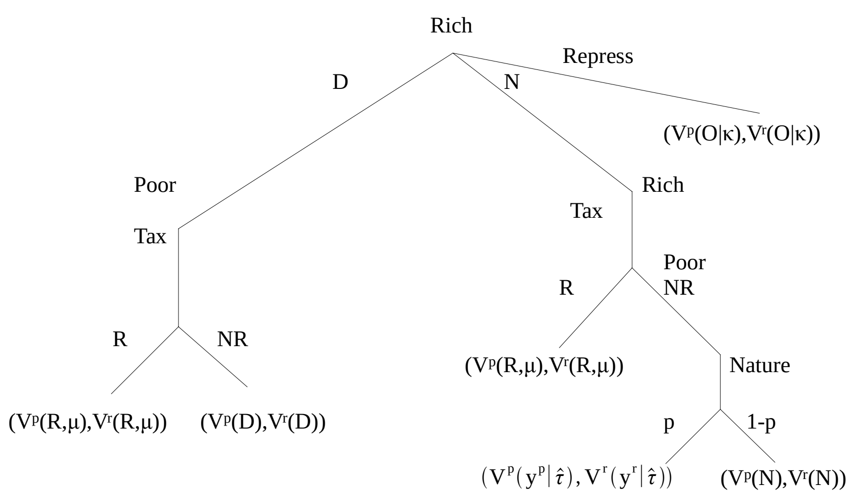

図 2: 民主化ゲーム

民主化は制約条件 $V^p(D) > V^p(R|\mu)$ の下で起こりうるイベントである。これが次の条件 $V^r(D) > V^r(R|\mu)$ を満たしていることは言うまでもない。というのは富

裕層は革命後に自身の財産をすべて失う、つまり $V^r(R|\mu) = 0$ だからである。政策決定の主導権を念頭において富裕層および貧困層の価値関数を考えてみる。これは民主制の下で次のように定義される。

$$\begin{aligned} V^r(D) &= V(y^r|\tau^D = \tau^p) = y^r + \tau^p(\bar{y} - y^r) - C(\tau^p)\bar{y} \qquad \text{および} \\ V^p(D) &= V(y^p|\tau^D = \tau^p) = y^p + \tau^p(\bar{y} - y^p) - C(\tau^p)\bar{y} \end{aligned} \tag{7}$$

民主制下での税率、つまり τ^D は中位投票者定理から、貧困層にとって最も望ましい水準の τ^p である。 $1 - \delta > 1/2$ であるがゆえに中位投票者は貧困層に属する市民であり、彼は各選挙で $V(y^p|\tau)$ を最大化するような τ を選ぶであろう。民主政治の下で、富裕層は政府と所得移転のコストを負うことになる。

政治エリートが民主化を選択せず、再配分を拡大して独裁制を維持するとしよう。この時の税率を $\tau^N = \hat{\tau}$ とすると、これを貧困層に約束することで革命を回避できるものとする。ただし市民が革命を選択しなければ、エリートには再配分の約束を保護にするインセンティブが生じる。約束を守る確率を p で表すと、再配分を受けることのできる貧困層の価値関数は

$$V^p(N, \tau^N = \hat{\tau}) = y^p + p(\hat{\tau}(\bar{y} - y^p) - C(\hat{\tau})\bar{y}) \tag{8}$$

となる。図 2 の民主化ゲームは逆向き帰納法によって、エリートと市民 (貧困層) の行動に関するサブゲーム完全均衡の組 $\{\tilde{\sigma^r}, \tilde{\sigma^p}\}$ を求めることができる。革命を選択した場合の貧困層の利得と民主政治なみの再配分が約束された独裁制下での利得が無差別、すなわち $V^p(R, \mu) = V^p(N, \tau^N = \tau^p)$ である時、革命の臨界水準となる μ^* を導くことができる。

$$\mu^* = \theta - p(\tau^p(\theta - \delta) - (1 - \delta)C(\tau^p)) \tag{9}$$

$\mu < \mu^*$ である時、革命のコストは小さいので政治エリートには民主化を選択するインセンティブがある。貧困層にとって革命よりも民主化を受け入れた方が利得が大きいと判断できる条件は $V^p(D) \geq V^p(R, \mu)$ であり、これは (2) および (7) から

$$\mu \geq \theta - (\tau^p(\theta - \delta) - (1 - \delta)C(\tau^p)) \tag{10}$$

と書くことができる。また革命コストが十分小さくても、再配分によって独裁政治を受け入れるような税率 $\hat{\tau}$ が $V^p(R, \mu) = V^p(N, \tau^N = \hat{\tau})$ を満たすならば、民主化は選択されない。この時の革命コストの水準を μ^+ とすると、

$$\mu^+ = \theta - p(\hat{\tau}(\theta - \delta) - (1 - \delta)C(\hat{\tau})) \tag{11}$$

と表現することができる。

次に政治エリートが民主化ではなく、貧困層を抑圧して独裁制を維持するケースを考えてみよう。抑圧が選択された場合、プレイヤーは下記の利得を得てゲームは終了する。

$$V^p(O|\kappa) = (1-\kappa)y^p \quad \text{および} \quad V^r(O|\kappa) = (1-\kappa)y^r$$

政治エリートが抑圧によって政治体制を守る際の合理的な判断基準とはいかなるものなのだろうか。抑圧があった場合の富裕層の利得と再分配によって独裁制を維持する選択をした場合の利得 $V^r(N, \tau^N = \hat{\tau})$ が無差別である時、抑圧コストの臨界水準となる κ^+ を導くことができる。

$$\kappa^+ = \frac{p}{\theta}(\delta C(\hat{\tau}) - \hat{\tau}(\delta - \theta)) \tag{12}$$

最後に抑圧と民主政治がエリートにとって無差別になる場合の臨界水準を考えてみよう。$V^r(O|\kappa^*) = V^r(D)$ であるから、$\kappa^* = \frac{1}{\theta}(\delta C(\hat{\tau}) - \hat{\tau}(\delta - \theta))$ となる。よって $\kappa < \kappa^*$ であれば、エリートは民主化よりも抑圧を選択する。

4 クーデタと民主制の定着

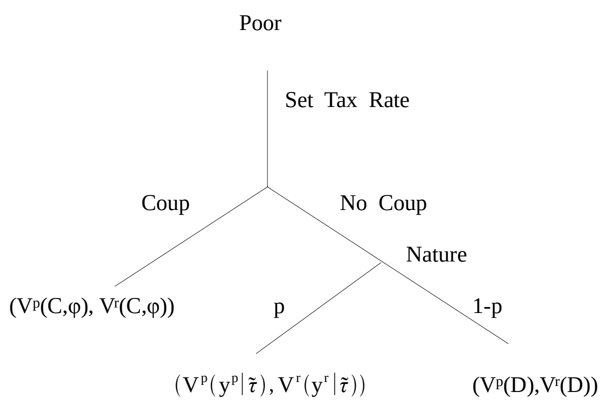

図 3: クーデタ・ゲーム

多くのケースにおいて、民主化はエリートの決断によって実行されるが、クーデタの場合すなわち民主制から独裁制への変動については合意が見られない。図 3 はクーデタ・ゲームを表している。民主制の下で中位投票者が税率 τ^D を決定する。クーデタの脅威がなければ、最適税率は τ^p となって式 (7) で定義された利得 $V^p(D)$ および $V^r(D)$ をそれぞれ得る。エリートがクーデタに着手するかどうかは、民主政治を持続させた場合の価値関数と非民主制になった場合の価値関数に依存

する。クーデタの脅威を避けるために、τ^p とは異なる税率が民主制の下で選ばれたとしよう。その後、エリートがクーデタを決行すれば非民主制へと移行し、彼らが税率 $\tau^N = \tau^r$ を決定する。クーデタ後の市民 (貧困層) と政治エリート (富裕層) の利得は次のようになる。

$$V^p(C,\varphi) = (1-\varphi)y^p \quad \text{および} \quad V^r(C,\varphi) = (1-\varphi)y^r \tag{13}$$

エリートがクーデタを決行しなければ、政治体制は民主制のままである。この時は自然状態となり、確率 p で税率 $\tau^D = \tilde{\tau}$ が、さもなければ $\tau^D = \tau^p$ が選ばれる。よって民主制であってもクーデタの危険性が持続している社会であれば、市民と政治エリートの利得は次のように表される。

$$\begin{aligned} V^p(D,\tau^D = \tilde{\tau}) =& y^p + p(\tilde{\tau}(\bar{y} - y^p - C(\tilde{\tau})\bar{y}) \\ &+ (1-p)(\tau^p(\bar{y} - y^p) - C(\tau^p)\bar{y}) \\ V^r(D,\tau^D = \tilde{\tau}) =& y^r + p(\tilde{\tau}(\bar{y} - y^r) - C(\tilde{\tau})\bar{y}) \\ &+ (1-p)(\tau^p(\bar{y} - y^r) - C(\tau^p)\bar{y}) \end{aligned} \tag{14}$$

図 3 のクーデタ・ゲームは逆向き帰納法によって、政治エリートと市民の行動に関するサブゲーム完全均衡の組 $\{\tilde{\sigma^r}, \tilde{\sigma^p}\}$ を求めることができる。富裕層にとってクーデタという選択が魅力的か否かは、クーデタ制約 $V^r(C,\varphi) > V^r(D)$ が成立しているかどうかに依拠している。この制約条件は、クーデタの結果が民主政治の下で暮らすよりも富裕層にとって魅力的であることを意味する。そしてこの条件は次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} (1-\varphi)y^r > y^r + (\tau^p(\bar{y} - y^r) - C(\tau^p)\bar{y}) \quad \text{ないし} \\ \varphi < \frac{1}{\theta}(\delta C(\tau^p) - \tau^p(\delta - \theta)) \end{aligned} \tag{15}$$

この制約条件が満たされないとき、民主政治による再配分は十分ではないか、もしくは富裕層にとってクーデタが高くつきすぎることになる。この時、民主制は定着したといえる。言い換えると、もはや民主政治の安定をおびやかす程の脅威が存在しないのである。式 (15) よりクーデタ・コストの臨海水準 φ^+ を導くことができる。よって $\varphi \geq \varphi^+$ である時、民主制は完全に定着する。つまり次に示す条件式

$$\varphi^+ = \frac{1}{\theta}(\delta C(\tau^p) - \tau^p(\delta - \theta)) \tag{16}$$

を満たす。

もし式 (15) のクーデタ制約が満たされれば、民主制は定着せずに準民主制 (semidemocracy) のままである。市民が行動を起こさなければ、クーデタが均衡経路上に存在

する。市民が取りうる行動は税率の引き下げを約束することである。しかしながらクーデタの脅威が去ってしまうと、市民は税率を見直す可能性があるため、税率引き下げに信頼性を与えることができない。この可能性を考慮すると、準民主制下で市民が決定した税率 $\tilde{\tau}$ によるエリートの価値関数は $V^r(D, \tau^D = \tilde{\tau}); \tilde{\tau} < \tau^p$ と表現できる。再配分を小さくすると約束する戦略がクーデタの発生を抑止できるのは、$V^r(D, \tau^D = \tilde{\tau}) \geq V^r(C, \varphi)$ という条件が成り立つ場合だけである。

この条件からクーデタ・コストの閾値となる φ^* を定義できる。$\varphi < \varphi^*$ であるとき、市民による税率引き下げ戦略はエリートを説得できずにクーデタが発生する。エリートにとって最も好ましい税率はゼロなので、準民主制のもとで税率ゼロが実現された場合の利得とクーデタ後の利得が無差別であるとき、つまり $V^r(D, \tau^D = 0) = V^r(C, \varphi^*)$ という状況を考えることができる。この等式を解くと閾値 φ^* を得られる。

$$\varphi^* = \frac{1-p}{\theta}(\delta C(\tau^p) - \tau^p(\delta - \theta)) \tag{17}$$

5 民主化とクーデタ・ゲームの解の可視化

2つのゲーム、すなわち民主化とクーデタについての Acemoglu-Robinson Model のサブゲーム完全均衡 $\{\tilde{\sigma^r}, \tilde{\sigma^p}\}$ を整理すると、次のようになる。

1. $\theta \leq \mu$ であるならば、革命の制約条件は満たされず、エリートは権力を保持できる。

2. $\theta > \mu$ であるならば、革命の制約条件が満たされる。式 (9) によって定義される μ^*、式 (12) によって定義される κ^+ および κ^* を用いて条件ごとの帰結を求めると、

   (a) $\mu \geq \mu^*$ および $\kappa \geq \kappa^+$ であるとき、抑圧はコスト高なので革命を回避するために、エリートが所得の再配分を行う。このとき $\mu^* \to \mu^+$ となり、民主化の可能性を小さくできる。

   (b) $\mu < \mu^*$ および $\kappa < \kappa^*$ もしくは $\kappa \geq \kappa^*$ であって、式 (10) が満たされない場合。すなわち貧困層にとって民主化よりも革命が魅力的である時。さもなければ $\mu \geq \mu^*$ かつ $\kappa < \kappa^+$ である場合。すなわち抑圧コストが小さい時。エリートは抑圧を行う。

   (c) $\mu < \mu^*$ および式 (10) が満たされており、なおかつ $\kappa \geq \kappa^*$ である場合。革命回避の再配分は貧困層を満足させず、抑圧もコスト高になるため、エリートは民主化を選択する。

3. $\varphi \geq \varphi^+$ であるならば、民主政治は定着して市民が最適税率 τ^p を決定する。

4. $\varphi \in [\varphi^*, \varphi^+)$ であるならば、民主政治は定着せずに準民主制にとどまる。市民が選択できる税率は $\tau^D = \tilde{\tau}$ で民主制下での最適税率 τ^p よりも低い。

5. $\varphi < \varphi^*$ であるならば、民主制は定着しない。エリートはクーデタを決行し、非民主制下での最適税率 $\tau^N = \tau^r$ を選択する。

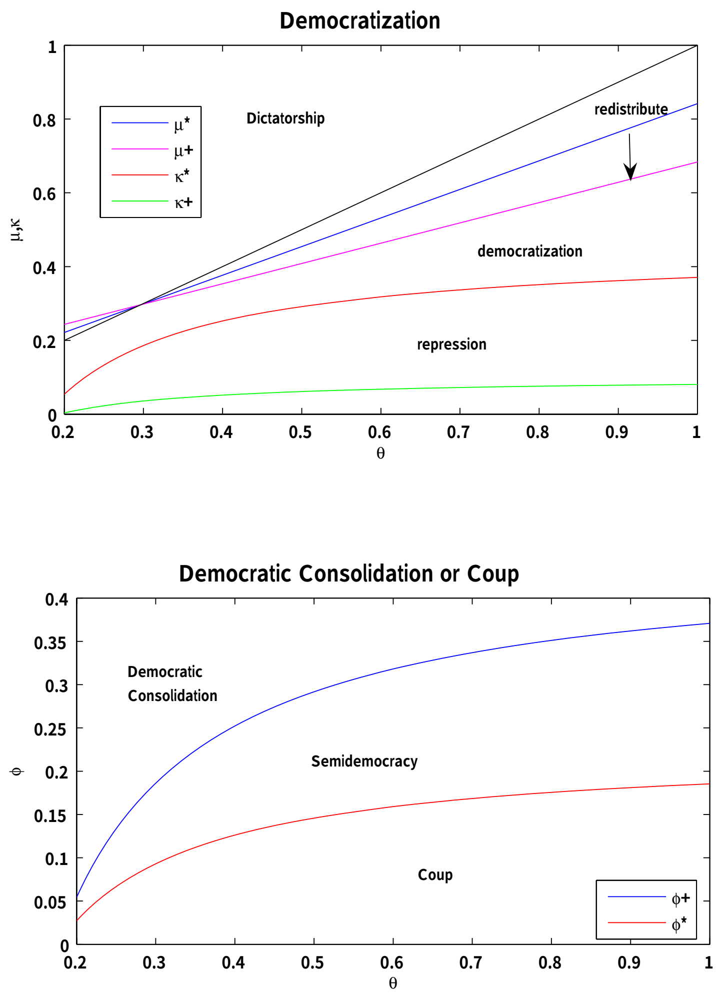

図 4: 民主化とクーデタないし民主制の定着

図 4 は横軸に社会的不平等 θ を、縦軸に μ、κ ないし φ をとって上記のサブゲーム完全均衡を可視化したグラフである。見やすくするために各臨界水準が切り取る空間に均衡解としての政治体制を書き込んであるが、条件によっては当てはまらないので注意が必要である。例えば上のグラフで、先の 2.(c) の条件であれば、エリートが民主化と抑圧の判断を分かつ κ^* は意味を持つが、2.(b) の前段条件であれば意味を持たない。